

Numerické řešení rovnice

Numerické hledání řešení

Pro optimalizaci matematických úloh (hledání kořenů lineárních i nelineárních rovnic, hledání maxima a minima funkce) slouží kromě standardních analytických metod také metody numerické.

➤ Hledání maxima a minima funkce

Hledání maxima a minima funkce je v principu totožné.

Obvykle se jedná o nalezení pouze polohy extrému, proto je možné funkci vynásobit číslem -1 . Hodnota se nezmění funkce se pouze osově souměrně otočí podle osy x .

➤ **Numerickým řešením rovnice** se obecně rozumí „přibližný“ výpočet všech hodnot nezávisle proměnné x pro něž je splněna rovnost levé a pravé strany rovnice.

Numerické řešení rovnice

K **numerickému řešení** přistupujeme, pokud kořeny nelze vyjádřit pomocí běžných matematických úprav, nebo nepožadujeme absolutní přesnost.

Numerické řešení nelineárních rovnice patří k důležitým problémům, se kterým se technologové a inženýři často potkávají.

Nelineární rovnice se vyskytují např. ve:

- výpočtech rovnovážných stavů reálných systémů,
- výpočtech stavového chování reálných tekutin atd.

Existují **různé numerické metody** pro nalezení řešení, které můžeme dále dělit (stacionární x nestacionární, jednobodové, dvoubodové x vícebodové), např.:

- metoda půlení intervalu
- regula falsi

Úprava rovnice do požadovaného tvaru

Obecně, řešíme-li nějakou rovnici (hledáme všechny její kořeny), mnoho metod požaduje nejprve **úpravu rovnice do požadovaného tvaru** $f(x)=0$.

Např. rovnice

$$x^3 - 4,56 \cdot x = 3,12 \cdot x^2 - 13,1$$

je převáděna na tvar

$$\underbrace{x^3 - 3,12 \cdot x^2 - 4,56 \cdot x + 13,1}_{f(x)} = 0$$

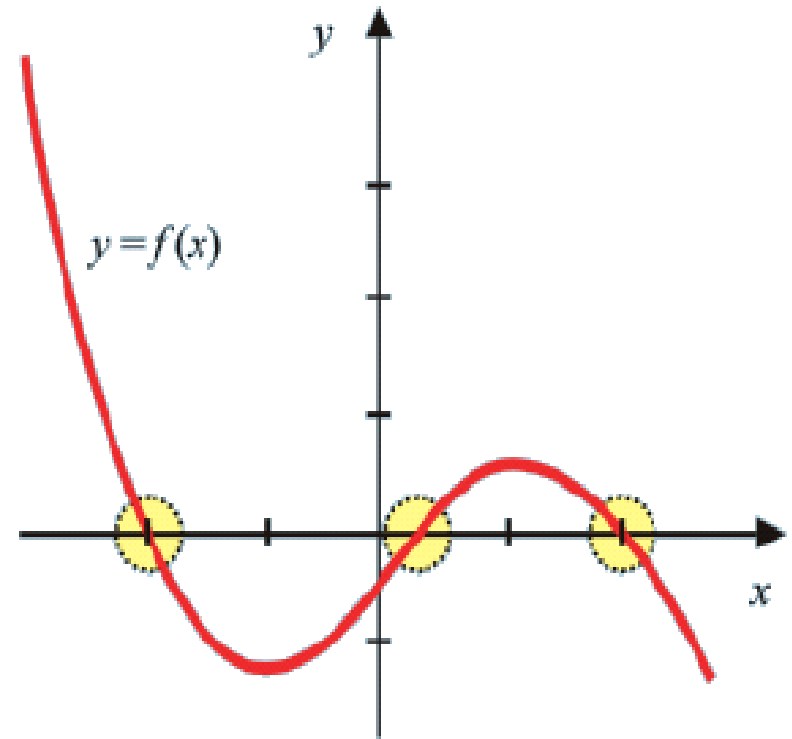
Nalezení separačních intervalů

Mnohé numerické metody umí nalézt kořen nebo extrém pouze na malém intervalu s „hezkým chováním“ vyšetřované funkce.

Grafické znázornění funkce

(separace kořenů): Po vykreslení funkce do grafu jsou kořeny rovnice průsečíky s osou x .

Můžeme tak ale také určit i úzké intervaly (**separační intervaly**), kde se nachází již pouze jeden kořen a funkce se tam výrazně nemění.



Newtonova metoda

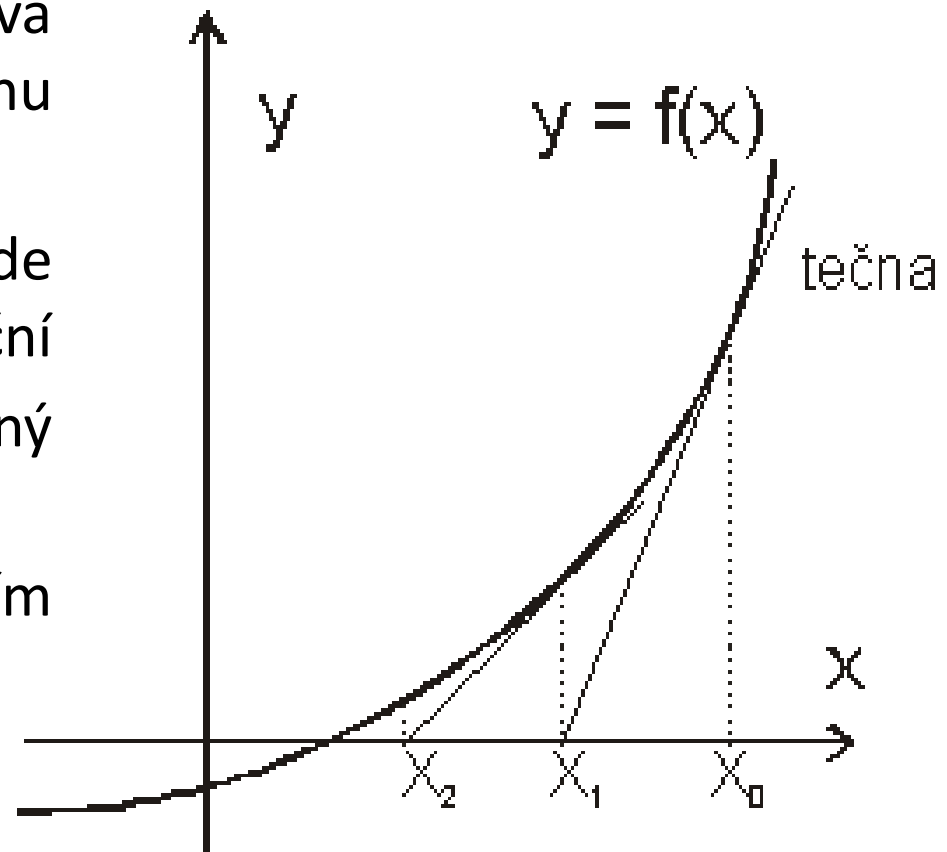
Newtonova metoda

Newtonova metoda využívá pro výpočet kořene rovnice tečnu v daném bodě.

Protnutím tečny s osou x dojde k vylepšení aktuální funkční hodnoty ($\rightarrow 0$), ve které je možný další výpočet tečny.

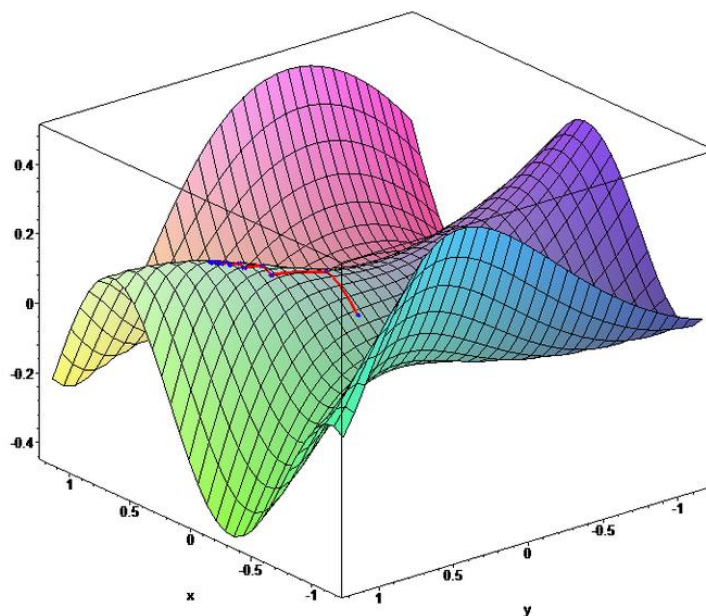
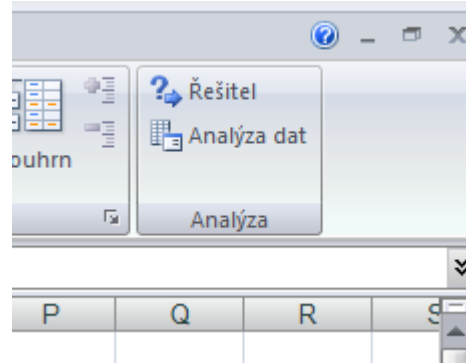
Metodu lze vyjádřit rekurentním vztahem

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$



Metoda GRG Nonlinear (modul MS Office Řešitel)

- implementována v doplňku
- MS Office – Řešitel
- umožňuje řešit i optimalizační problémy více než jedné proměnné
- pro hledání minima, maxima vícerozměrné funkce s existující derivací
- pro hledání konkrétní hodnoty vícerozměrné funkce



Metoda GRG Nonlinear (MS Office 2010 Řešitel)

Parametry Řešitele

Nastavit cíl:

Na: Max Min Hodnota:

Na základě změny proměnných buněk:

Omezující podmínky:

Nastavit proměnné bez omezujících podmínek jako nezáporné

Vyberte metodu řešení:

Metoda řešení
Modul GRG Nonlinear vyberte pro hladké nelineární problémy Řešitele. Modul LP Simplex zvolte pro lineární problémy Řešitele a modul Evolutionary pro nehladké problémy Řešitele.

Metoda GRG Nonlinear (MS Office 2010 Řešitel)

Možnosti

Všechny metody | GRG Nonlinear | Evolutionary

Přesnost omezujících podmínek: 0,0000001

Použít automatické měřítko

Zobrazovat výsledky iterací

Řešení s celočíselnými omezujícími podmínkami

Ignorovat celočíselné omezující podmínky

Optimalita celých čísel (%): 1

Omezení řešení

Maximální čas (sekundy):

Iterace:

Modul Evolutionary a celočíselné omezující podmínky:

Maximální počet dílčích problémů:

Maximální počet vhodných řešení:

OK Storno

Možnosti

Všechny metody | GRG Nonlinear | Evolutionary

Konvergence: 0,000000001

Derivace

Dopředu Do středu

Více počátečních bodů

Použít více počátečních bodů

Velikost základního souboru: 100

Náhodné číslo: 0

Vyžadovat u proměnných meze

OK Storno

Metoda GRG Nonlinear (MS Office 2007 Řešitel)

Parametry Řešitele

Nastavit buňku:

Rovno: Max Min Hodnota:

Měněné buňky:

Omezující podmínka:

Možnosti Řešitele

Maximální čas: sekund

Iterace:

Přesnost:

Tolerance: %

Konvergence:

Lineární model Automatické měřítko

Nezáporná čísla Zobrazit výsledek iterace

Extrapolace: Lineární Kvadratická

Derivace: Standardní Přesná

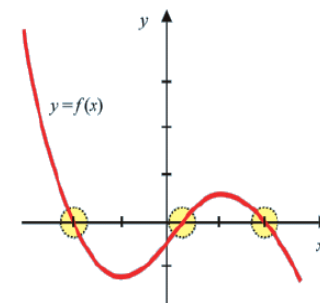
Metoda: Newtonova Sdružená

Numerické řešení rovnice

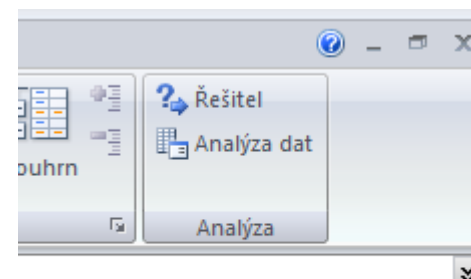
3 kroky pro nalezení řešení Řešitelem v Excelu:

1) upravit rovnici do **požadovaného tvaru** $f(x) = 0$

2) tabelovat (vyčíslit) funkci na požadovaném intervalu a najít **separační intervaly**



3) zvolit **hodnotu nástřelu** x_0 a napsat jí do „Měněné buňky“.
Napsat **vzorec počítající f(x)** (levou stranu rovnice)
do „Cílové buňky (Nastavit cíl)“.
Spustit Data → Analýza → Řešitel

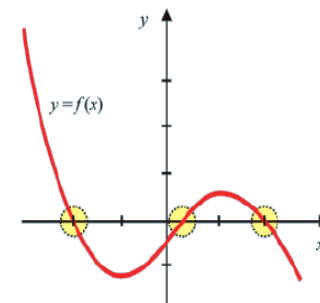


Numerické řešení rovnice

3 kroky pro nalezení řešení Newtonovou metodou v Excelu:

1) upravit rovnici do **požadovaného tvaru** $f(x) = 0$

2) tabelovat (vyčíslit) funkci na požadovaném intervalu a najít **separační intervaly**



3) zvolit **hodnotu nástřelu** x_0 a aplikovat **vzorec konkrétní numerické metody**.

Pro Newtonovu metodu:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

